Quadratische Funktionen
Übung

1. Skizzieren Sie die Graphen folgender quadratischer Funktionen. Die Definitionsmenge aller Funktionen ist $D = \mathbb{R}$.

   a) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$

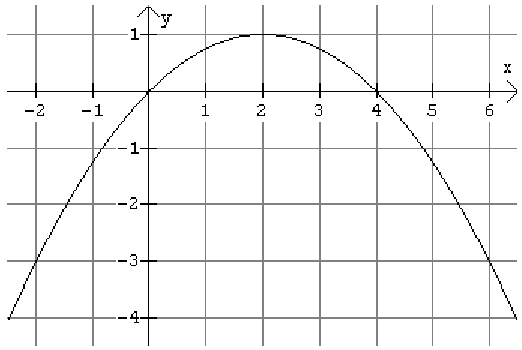
   b) $g(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 2$

   c) $h(x) = (x-3)^2$

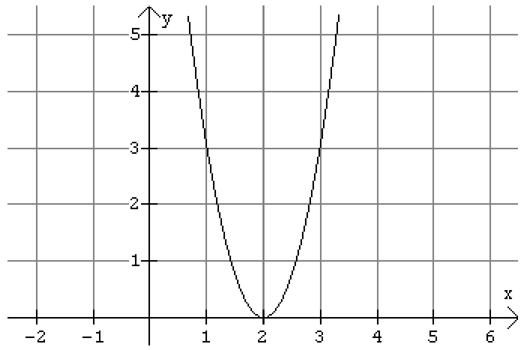
   d) $i(x) = -\frac{3}{2}(x-1)(x-2)$

2. Ermitteln Sie Funktionsterme zu den gegebenen Graphen.

a)



b)



3. Berechnen Sie zu folgenden quadratischen Funktionen jeweils Nullstellen und Koordinaten des Scheitelpunkts.

   a) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2$

   b) $f(x) = x^2 + 1$

   c) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$

   d) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - 2$

   e) $f(x) = -(x-4)^2 + 2$

   f) $f(x) = 2(x+1)(x-2)$

4. Stellen Sie mit Hilfe einer Formel dar. Entscheiden Sie jeweils, ob es sich hierbei um eine quadratische Funktion handelt oder nicht.

   a) Den Oberflächeninhalt einer Kugel in Abhängigkeit vom Radius.

   b) Das Volumen eines Zylinders in Abhängigkeit vom Radius.

   c) Die Stromstärke in Abhängigkeit von der Spannung in einem ohmschen Leiter.

5. Eine Parabel mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^2$ wird abgebildet. Dadurch entsteht jeweils eine neue Parabel. Geben Sie den zugehörigen Funktionsterm an, wenn es sich um folgende Abbildungen handelt.

   a) Spiegelung an der x-Achse.

   b) Spiegelung an der y-Achse.

   c) Verschiebung um 3 Einheiten in Richtung der positiven x-Achse.

   d) Verschiebung um 2 Einheiten in Richtung der negativen y-Achse.

   e) Streckung mit dem Faktor 4 in y-Richtung.

6. Entscheiden Sie jeweils, ob folgende Aussagen wahr sind. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

   a) Bei einem Öffnungsfaktor von $a = -1$ ergibt sich als Funktionsgraph eine nach unten geöffnete Normalparabel.

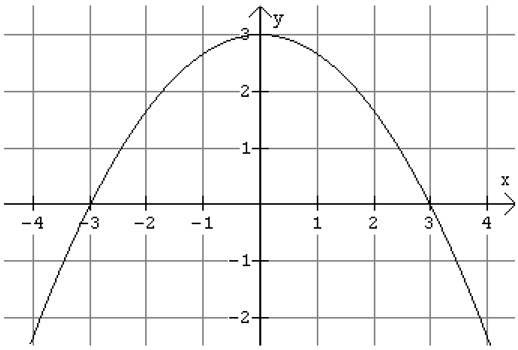
   b) Eine Parabel schneidet eine Gerade höchstens zweimal.

   c) Jede quadratische Funktion kann in den drei Darstellungformen (Normalform, Scheitelform, Nullstellenform) dargestellt werden.

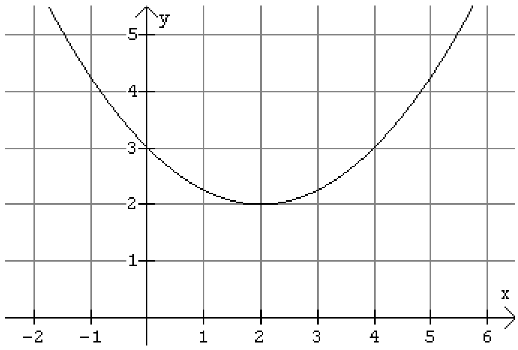
Quadratische Funktionen
Lösung

1.

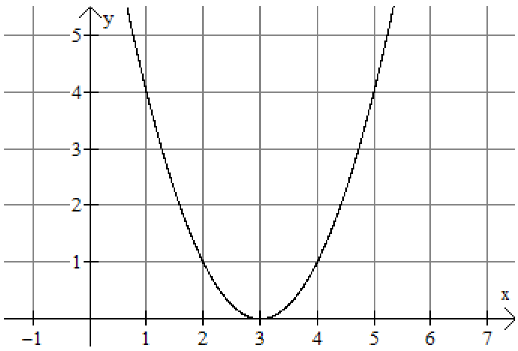
a)



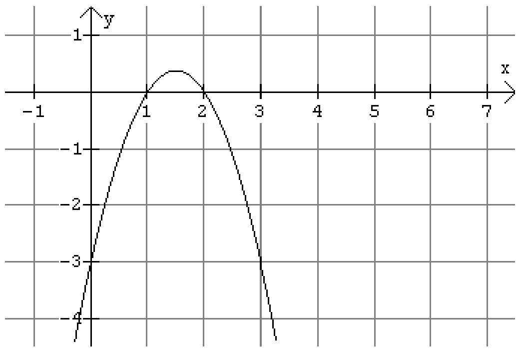
b)



c)



d)



2.

a) $f_1(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x$

b) $f_2(x) = 3(x-2)^2$

3.

a) $x_{1/2} = 0$; $S(0;0)$
b) keine Nullstellen; $S(0;1)$
c) $x_{1/2} = 1$; $S(1;0)$
d) $x_1 = -2$; $x_2 = 3$; $S\left(\frac{1}{2}; -\frac{25}{12}\right)$
e) $x_1 = 4 - \sqrt{2} \approx 2{,}59x$; $x_2 = 4 + \sqrt{2} \approx 5{,}41$; $S(4;2)$
f) $x_1 = -1$; $x_2 = 2$; $S\left(\frac{1}{2}; \frac{9}{8}\right)$

4.

a) $S(r) = 4r^2\pi$ ist eine quadratische Funktion
b) $V(r) = r^2\pi h$ ist eine quadratische Funktion
c) $U(I) = R \cdot I$ ist keine quadratische Funktion

5.

a) $g(x) = -x^2$
b) $g(x) = x^2$, die Normalparabel ist symmetrisch zur y-Achse.
c) $g(x) = (x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$
d) $g(x) = x^2 - 2$
e) $g(x) = 4 \cdot x^2$

6.

a) w, der Faktor $a = -1$ bewirkt eine Spiegelung der Normalparabel an der x-Achse.
b) w, die entstehende quadratische Gleichung besitzt maximal zwei Lösungen. Insbesondere besitzt daher jede Parabel maximal zwei Nullstellen.
c) f, die Nullstellenform existiert nur, wenn auch Nullstellen vorhanden sind.